Nome e Cognome: ______________________ **N. Matricola**: ______________

È uno studente lavoratore? ☐ SI ☐ NO

Ha seguito il corso in questo A.A. (2019/20)? ☐ SI ☐ NO, l'ho seguito nell'A.A. __________

Si è iscritto regolarmente su Uniweb a questo esame? ☐ SI ☐ NO, perché ______________

Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica A.A. 2019/2020
Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)

Esame Scritto di Teoria dei Sistemi (Modulo A) del ??/??/20??

Istruzioni. *Non è ammessa la consultazione di libri o quaderni, né l'uso di calcolatrici programmabili. Scrivere in modo chiaro e ordinato, motivare ogni risposta e fornire traccia dei calcoli. Tempo a disposizione: 2 h 30 min.*

Esercizio 1 [9 pti]. Si consideri il seguente sistema non lineare a tempo **discreto**:

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= (1-\alpha^2)x_1(t) \\ x_2(t+1) &= x_1^2(t) + (1-\alpha)x_2(t) + x_2^2(t) + u(t) \end{aligned} \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

1. Per $u(t) = \bar{u} = \text{costante}, \forall t$, determinare i punti di equilibrio del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\bar{u} \in \mathbb{R}$.
2. Per $u(t) = 0, \forall t$, studiare la stabilità dei punti di equilibrio trovati al punto 1 al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ utilizzando la linearizzazione.
3. Per i casi critici del punto 2 (se ne esistono), si dica, giustificando la risposta, se gli equilibri trovati sono asintoticamente stabili oppure no. [Suggerimento: *si analizzi l'evoluzione di una delle due variabili di stato.*]

Esercizio 2 [9 pti]. Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo **continuo**:

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Determinare la forma di Jordan di F e i modi elementari del sistema.
2. Progettare, se possibile, un controllore in retroazione **dal solo primo ingresso** in modo che il sistema retroazionato abbia come modi elementari tutti e soli i seguenti: e^{-t}, te^{-t}, $\frac{t^2}{2}e^{-t}$.
3. Progettare, se possibile, un controllore in retroazione **da entrambi gli ingressi** in modo che il sistema retroazionato abbia come modi elementari tutti e soli i seguenti: e^{-t}, te^{-t}.

Esercizio 3 [9 pti]. Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo **continuo**:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned} \qquad F = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 1 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \; H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & \alpha \end{bmatrix}, \quad \alpha \in [0,1].$$

1. Determinare i valori del parametro $\alpha \in [0,1]$ (se ne esistono) tali per cui il sistema risulta raggiungibile.
2. Determinare i valori del parametro $\alpha \in [0,1]$ (se ne esistono) tali per cui il sistema risulta rivelabile.
3. Determinare i valori del parametro $\alpha \in [0,1]$ (se ne esistono) tali per cui il sistema risulta rivelabile utilizzando **una sola uscita** del sistema.

Domanda di Teoria [6 pti]. Si consideri un sistema lineare tempo invariante a tempo discreto:

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t), \quad F \in \mathbb{R}^{n \times n},\ G \in \mathbb{R}^{n \times m}.$$

1. Si assuma che il sistema **non** sia completamente raggiungibile. Si illustri come si modifica il sottosistema non raggiungibile in seguito ad una retroazione statica della forma $u(t) = Kx(t) + v(t)$, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

2. Siano date due matrici di stato $F_1, F_2 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ e una matrice di ingresso $G \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$. Sapendo che

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}-F_1 & G\end{bmatrix} = 3, \quad \operatorname{rank}\begin{bmatrix}-F_2 & G\end{bmatrix} = 4,$$

si dica, giustificando la risposta, se F_1 e F_2 possono corrispondere a matrici di stato di uno stesso sistema retroazionato staticamente dallo stato.

Parte riservata al docente (NON compilare!)

	Parte 1	Parte 2	Parte 3	**Totale**
Esercizio 1				___ / 9
Esercizio 2				___ / 9
Esercizio 3				___ / 9
Domanda di Teoria				___ / 6
Punteggio Finale				___ / **33**

Commenti: ____

____

____

____