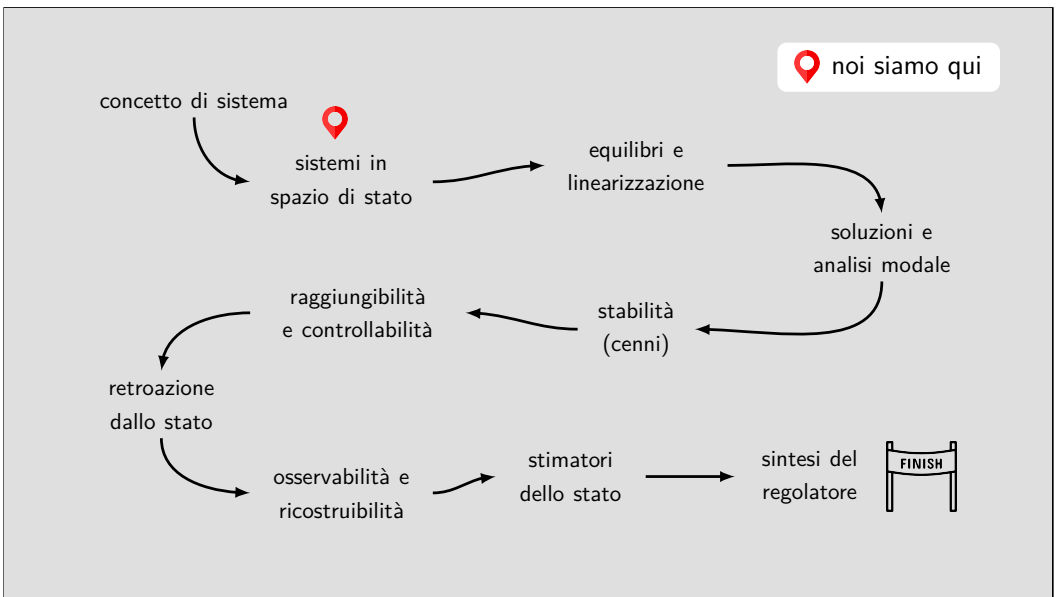


Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)
Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio
Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica
A.A. 2021-2022

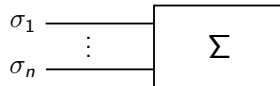


In questa lezione

- ▷ Classificazione di sistemi
- ▷ Rappresentazione di sistemi
- ▷ Sistemi lineari in spazio di stato
- ▷ Sistemi in spazio di stato in Matlab®

Sistema

Definizione: Un qualsiasi oggetto fisico o artificiale il cui comportamento (evoluzione nel tempo) è descritto da un insieme di variabili tipicamente interagenti tra di loro.

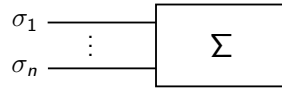


$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ variabili descrittive d'interesse

Esempio: Σ = appartamento, σ_1 = temp. cucina, σ_2 = temp. soggiorno, ...

Sistema

Definizione: Un qualsiasi oggetto fisico o artificiale il cui comportamento (evoluzione nel tempo) è descritto da un insieme di variabili tipicamente interagenti tra di loro.

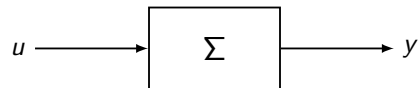


$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ variabili descrittive d'interesse

$\Sigma =$ Modello matematico che descrive l'evoluzione di $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$

Sistema

Definizione: Un qualsiasi oggetto fisico o artificiale il cui comportamento (evoluzione nel tempo) è descritto da un insieme di variabili tipicamente interagenti tra di loro.



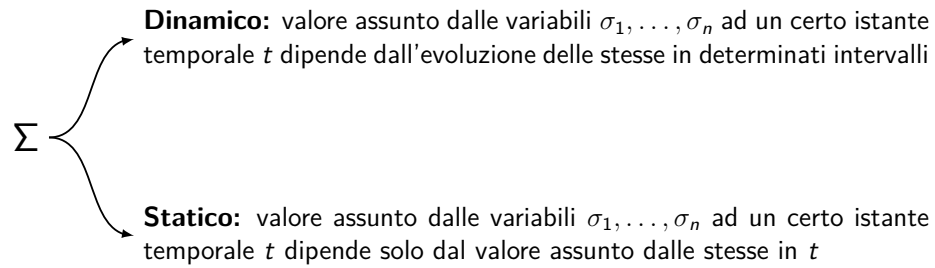
In molti casi in $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ si possono distinguere variabili di:

ingresso/input u (causa)

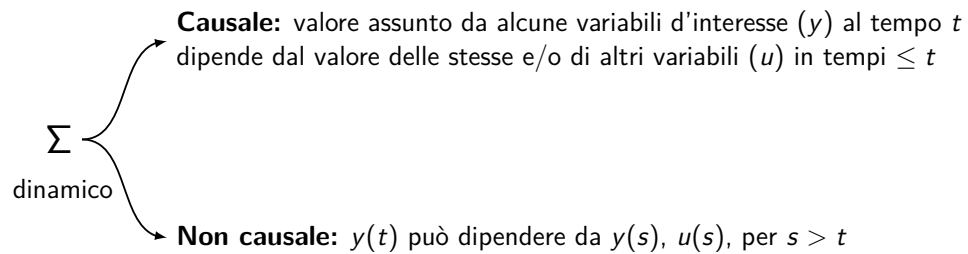
uscita/output y (effetto)

Esempio: automobile: $u =$ pedale acc. / sterzo, $y =$ posizione / velocità veicolo
motore elettrico: $u =$ tensione / corrente armatura, $y =$ posizione / velocità rotore

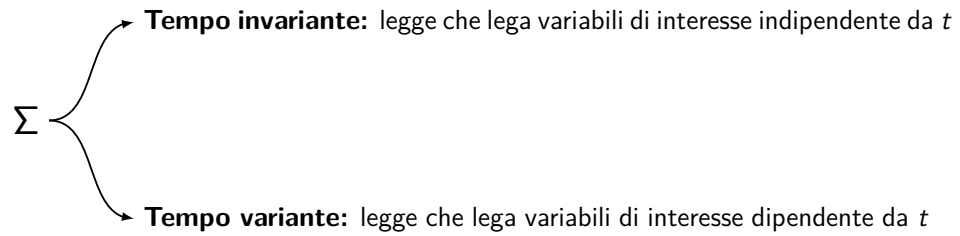
Classificazione dei sistemi



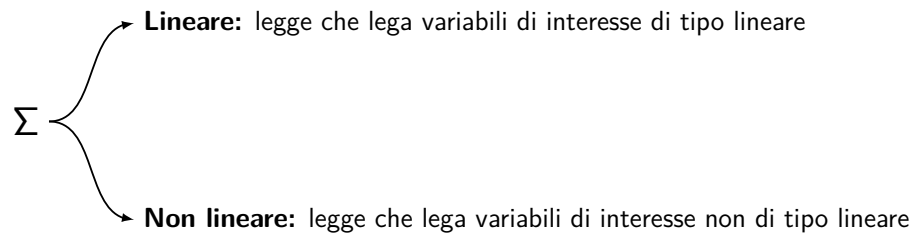
Classificazione dei sistemi



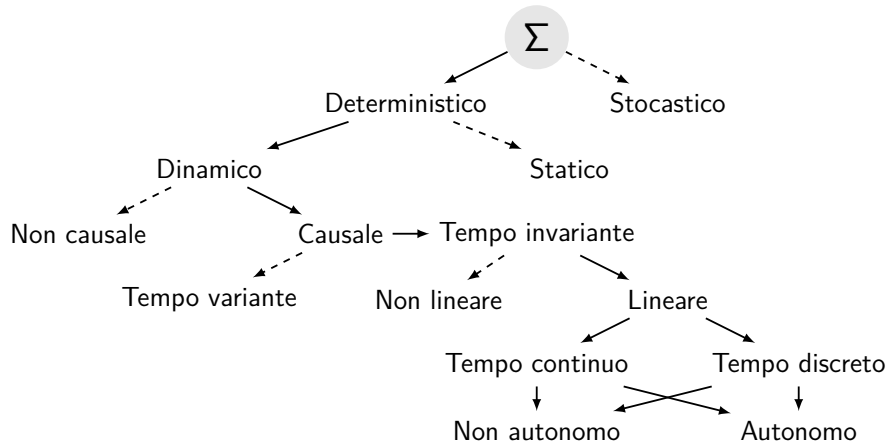
Classificazione dei sistemi



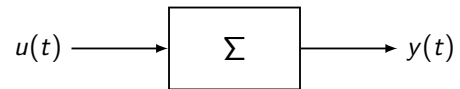
Classificazione dei sistemi



Classificazione dei sistemi



Rappresentazione esterna o I/O



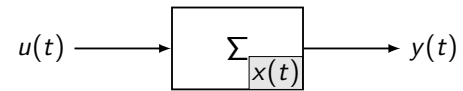
Tempo continuo: $h(y^{(n)}, \dots, \dot{y}(t), y(t), u^{(m)}(t), \dots, \dot{u}(t), u(t), t) = 0 + \text{c.i.}$

Σ lineare tempo invariante: F.d.T. (Laplace) $W(s) = Y(s)/U(s)$

Tempo discreto: $h(y(t-t_n), \dots, y(t-1), y(t), u(t-t_m), \dots, u(t-1), u(t), t) = 0 + \text{c.i.}$

Σ lineare tempo invariante: F.d.T. (Zeta) $W(z) = Y(z)/U(z)$

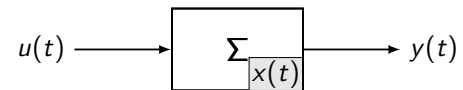
Rappresentazione interna o di stato



$x(t)$ = (vettore di) variabili di stato (memoria interna!)

Proprietà di separazione: $x(t)$ fornisce tutta l'informazione sulla storia passata di Σ necessaria per valutare $x(t)$ e $y(t)$ ad istanti futuri (una volta noto $u(t)$).

Rappresentazione interna o di stato



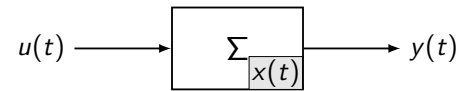
$x(t)$ = (vettore di) variabili di stato (memoria interna!)

Tempo continuo: $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$ $x(t_0) = x_0$
 $y(t) = h(x(t), u(t), t)$

f = mappa di transizione di stato

h = mappa di uscita

Rappresentazione interna o di stato



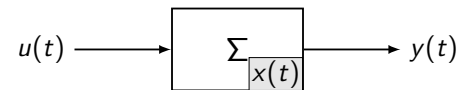
$x(t)$ = (vettore di) variabili di stato (memoria interna!)

Tempo discreto: $x(t+1) = f(x(t), u(t), t)$ $x(t_0) = x_0$
 $y(t) = h(x(t), u(t), t)$

f = mappa di transizione di stato

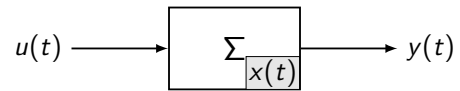
h = mappa di uscita

Sistemi lineari tempo-invarianti (LTI) in spazio di stato



Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

Sistemi LTI in spazio di stato

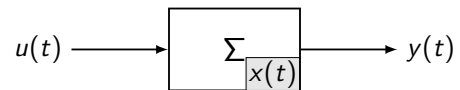


Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

Tempo continuo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) + Ju(t) \end{aligned} \quad x(t_0) = x_0$$

Sistemi LTI in spazio di stato



Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

Tempo discreto:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) + Ju(t) \end{aligned} \quad x(t_0) = x_0$$

Comandi Matlab[®] – Control System Toolbox

`sys = tf(num,den)`

crea oggetto sistema LTI a tempo continuo descritto da FdT con numeratore `num` e denominatore `den` (**N.B.** `num/den` contengono coefficienti dei polinomi a `num./den.` ordinati per potenze decrescenti);

`sys = tf(num,den,Ts)`

crea oggetto sistema LTI a tempo discreto descritto da FdT con numeratore `num` e denominatore `den` e tempo di campionamento `Ts`;

`[num,den,Ts] = tfdata(sys)`

estrae numeratore e denominatore (e tempo di camp. `Ts` se a tempo discreto) della FdT che descrive sistema LTI `sys`;

Comandi Matlab[®] – Control System Toolbox

`sys = ss(F,G,H,J)`

crea oggetto sistema LTI in spazio di stato a tempo continuo;

`sys = ss(F,G,H,J,Ts)`

crea oggetto sistema in spazio di stato a tempo discreto con tempo di campionamento `Ts` (**N.B.** mettere `Ts=-1` per lasciare non specificato il tempo di campionamento);

`[F,G,H,J,Ts] = ssdata(sys)`

estrae matrici di stato (e tempo di camp. `Ts`, se a tempo discreto) da sistema LTI `sys`;

N.B. `tf` e `ss` possono essere anche usati per convertire un sistema LTI `sys` da rappresentazione in spazio di stato a FdT, e viceversa.
