Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)
Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio

Lez. 24: Esercitazione Matlab®

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

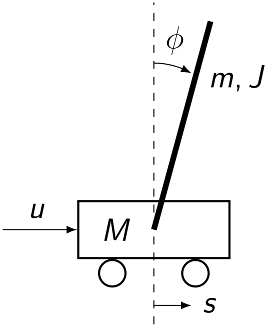
A.A. 2020-2021

In questa lezione

- ▷ Esempio: controllo di un segway
- ▷ Alcune funzioni utili di Matlab®
- ▷ Implementazione in Matlab®

Segway, a.k.a. pendolo su carrello

$=$



ϕ = posizione angolare pendolo

s = posizione carrello

M = massa carrello

m = massa pendolo

ℓ = distanza dal baricentro pendolo a cerniera

J = momento inerzia pendolo rispetto al baricentro

u = forza esterna

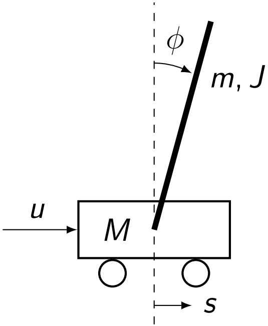
$$\boxed{M \gg m} \implies M\ddot{s} = u$$

$$x = (x_1, x_2) = (\phi, \dot{\phi})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{g}{\ell'} \sin(x_1) - \frac{1}{M\ell'} u \cos(x_1) \\ y = x_1 \end{cases} \qquad \ell' = \frac{J + m\ell^2}{m\ell}$$

Segway linearizzato attorno a $\bar{x} = (0, 0)$

$=$



$\phi =$ posizione angolare pendolo

$s =$ posizione carrello

$M =$ massa carrello

$m =$ massa pendolo

$\ell =$ distanza dal baricentro pendolo a cerniera

$J =$ momento inerzia pendolo rispetto al baricentro

$u =$ forza esterna

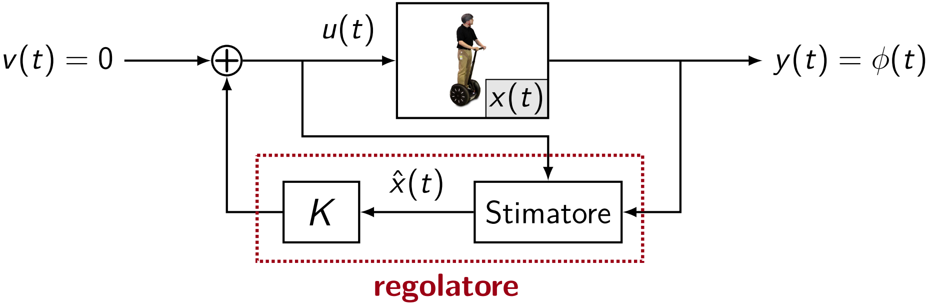
$$\boxed{\bar{x} = (0, 0),\ u(\cdot) = 0}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{\ell'} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M\ell'} \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{x} = (0, 0) \text{ instabile}}$$

Progettazione di un regolatore stabilizzante



Calcolo controllore (matrice K) e stimatore (matrice L) in Matlab®

Algebra lineare e matrici: funzioni utili

- `eig(F)`: autovalori `F`
  `[T,D] = eig(F)`: autovalori (matrice diagonale `D`) e autovettori (matrice `T`) di `F`

- `jordan(F)`: forma di Jordan di `F`
  `[T,J] = jordan(F)`: forma di Jordan (matrice `J`) e cambio base (matrice `T`) di `F`

- `rank(F)`: rango di `F`
- `det(F)`: determinante di `F`
- `expm(F)`: esponenziale di matrice di `F` ($e^{\mathtt{F}}$)
- `orth(F)`: base (ortonormale) di im(`F`)
- `null(F)`: base (ortonormale) di ker(`F`)

Control System Toolbox: funzioni utili

- `sys = ss(F,G,H,J)`: sistema in spazio di stato con matrici $(\mathtt{F}, \mathtt{G}, \mathtt{H}, \mathtt{J})$ (t.c.)
  `sys = ss(F,G,H,J,-1)`: sistema in spazio di stato con matrici $(\mathtt{F}, \mathtt{G}, \mathtt{H}, \mathtt{J})$ (t.d.)

- `tf(sys)`: funzione di trasferimento del sistema `sys`

- `K = place(F,G,p)`: matrice di retroazione `K` tale che `F-GK` ha autovalori in `p`
  (**N.B.** se `p` contiene autovalori multipli usare `K = acker(F,G,p)`)

- `R = ctrb(sys)`: matrice di raggiungibilità `R` di `sys`
  `O = obsv(sys)`: matrice di osservabilità `O` di `sys`

- `initial(sys,x0)`: evoluzione libera dell'uscita di `sys` con condizione iniziale `x0`
  `lsim(sys,u,T,x0)`: evoluzione dell'uscita di `sys` con condizione iniziale `x0`
  e ingresso `u` per tempi nel vettore `T`