

Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)  
Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio

Lez. 23: Stimatori dello stato e regolatore

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2021-2022

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

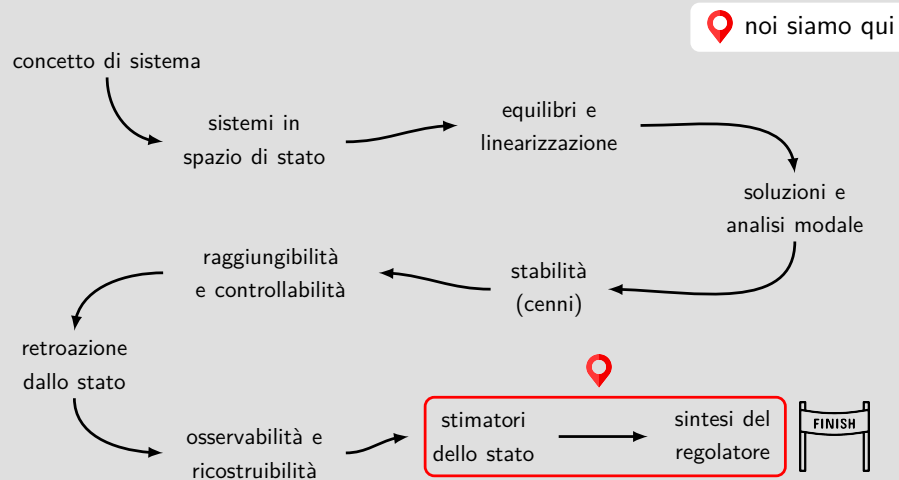
---

---

---

---

---



## In questa lezione

- ▷ Stimatori dello stato
- ▷ Rivelabilità
- ▷ Il regolatore: struttura ed equazioni dinamiche

---

---

---

---

---

---

---

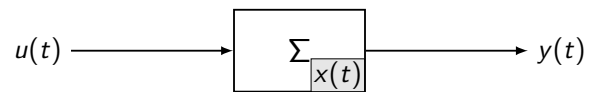
---

---

---

## Il problema della stima dello stato

$$\Sigma: \begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} m \text{ ingressi} \\ p \text{ uscite} \\ n \text{ stati} \end{array}$$



**Assunzione:** lo stato  $x(t)$  non è direttamente accessibile

**Problema:** costruire una “buona” stima  $\hat{x}(t)$  di  $x(t)$  a partire da dati ingresso/uscita e conoscenza del modello

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Stimatori ad anello aperto

$$\Sigma: \begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned}$$

stimatore ad anello aperto

$$\hat{\Sigma}: \begin{aligned} \hat{x}(t+1) &= F\hat{x}(t) + Gu(t) \\ \hat{y}(t) &= \hat{x}(t) \end{aligned}$$

errore di stima:  $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$

$$e(t+1) = x(t+1) - \hat{x}(t+1) = F(x(t) - \hat{x}(t)) = Fe(t)$$

errore di stima  $e(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty$  se  $F$  è instabile !!!

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Stimatori ad anello chiuso

$$\Sigma: \begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned}$$

stimatore ad anello chiuso

$$\hat{\Sigma}: \begin{aligned} \hat{x}(t+1) &= F\hat{x}(t) + Gu(t) - L(y(t) - H\hat{x}(t)) \\ \hat{y}(t) &= \hat{x}(t) \end{aligned}$$

$L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  = guadagno dello stimatore

errore di stima:  $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$

$$e(t+1) = x(t+1) - \hat{x}(t+1) = F(x(t) - \hat{x}(t)) + LH(x(t) - \hat{x}(t)) = (F + LH)e(t)$$

errore di stima  $e(t)$  tende a zero se  $F + LH$  è asintoticamente stabile (e in questo caso  $F$  può anche essere instabile) !!!

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Stimatori ad anello chiuso: osservazioni

1. Se il sistema è osservabile allora è sempre possibile calcolare un guadagno  $L$  in grado di rendere  $F+LH$  asintoticamente stabile. Per il calcolo di  $L$  possiamo usare gli stessi metodi allocazione degli autovalori visti per il controllo in retroazione!
2. Se tutti gli autovalori di  $F+LH$  vengono allocati in zero l'errore di stima converge a zero in tempo finito. Lo stimatore in questo caso viene detto **stimatore dead-beat!**
3. Gli stimatori che abbiamo visto sono detti di **stimatori di ordine intero** perché stimano l'intero stato  $x(t)$ . In certi casi, è possibile costruire **stimatori di ordine ridotto** che stimano solo la parte "veramente incognita" dello stato.
4. Tutto quello che abbiamo visto si applica anche a sistemi a t.c. (unica eccezione: a t.c. non ha senso parlare di stimatori dead-beat).

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Esempio

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

Costruire, se esiste, uno stimatore dead-beat dello stato del sistema.

---

Il sistema è osservabile quindi uno stimatore dead-beat esiste.

Il guadagno dello stimatore dead-beat è  $L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---







