

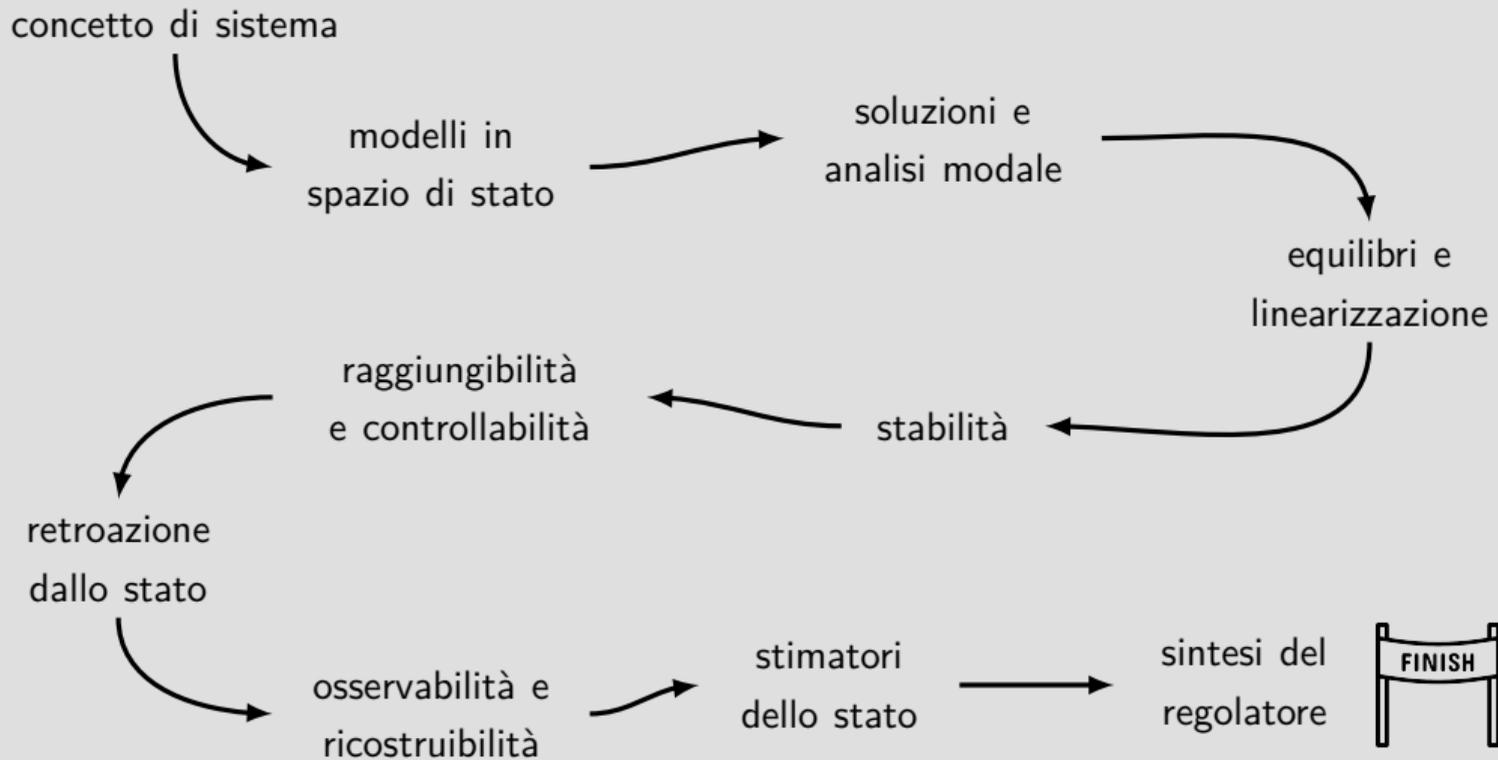
Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)  
Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio

Lez. 22: Esercizi di ricapitolazione su osservabilità, ricostruibilità,  
stimatori e regolatori

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2020-2021



# In questa lezione

- ▷ Esercizio 1: osservabilità e ricostruibilità
- ▷ Esercizio 2: stimatori e regolatori

## Esercizio 1

$$x(t+1) = Fx(t), \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \alpha - \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \end{bmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$
$$y(t) = Hx(t), \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Osservabilità, ricostruibilità e rivelabilità al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?
2. Spazi non osservabili  $X_{NO}(t)$ ,  $t \geq 1$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?

## Esercizio 1: soluzione

1. Sistema osservabile per  $\alpha \neq \frac{1}{2}$ . Sistema ricostruibile per  $\alpha \neq \frac{1}{2}$ .

Sistema rivelabile per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

$$2. X_{NO}(1) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad X_{NO}(2) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} \alpha - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

$$X_{NO}(t) = \begin{cases} \{0\}, & \alpha \neq \frac{1}{2}, \\ \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, & \alpha = \frac{1}{2}, \end{cases} \quad \forall t \geq 3.$$

## Esercizio 2

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t), \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = Hx(t), \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Per quali uscite  $y_1$ ,  $y_2$  esiste uno stimatore dead-beat?
2. Stimatore con errore di stima con modi solo convergenti o oscillatori usando  $y_2$ ?
3. Regolatore dead-beat usando la sola uscita  $y_1$ ?

## Esercizio 2: soluzione

1. Esiste uno stimatore dead-beat solo per  $y_1$ .

2. Lo stimatore richiesto non esiste.

3. Matrice di retroazione:  $K = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ . Guadagno dello stimatore:  $L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ .