

Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)  
Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio

Lez. 17: Introduzione al problema del controllo

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2021-2022

 noi siamo qui

concetto di sistema

sistemi in  
spazio di stato

equilibri e  
linearizzazione

soluzioni e  
analisi modale

raggiungibilità  
e controllabilità

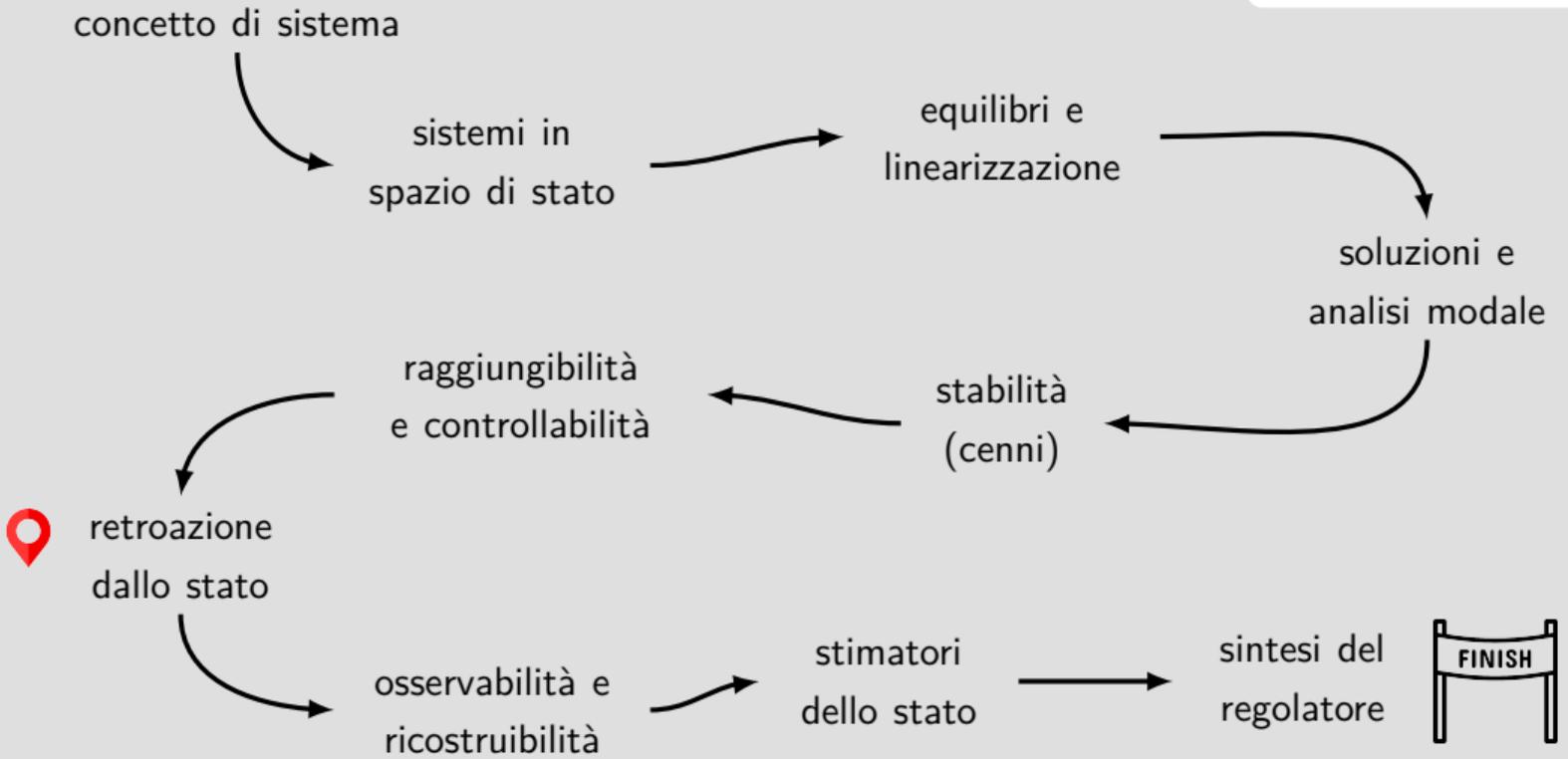
stabilità  
(cenni)

 retroazione  
dallo stato

osservabilità e  
ricostruibilità

stimatori  
dello stato

sintesi del  
regolatore

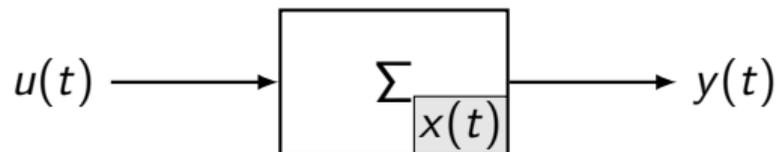


## In questa lezione

- ▷ Problemi di controllo in catena aperta e in retroazione
- ▷ Retroazione statica di sistemi lineari

# Il problema del controllo

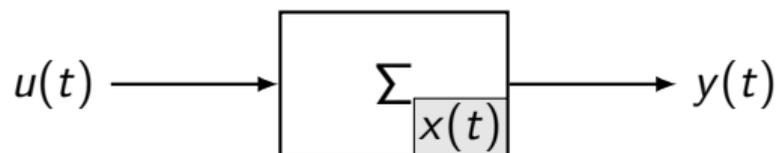
sistema con stato  $x(t)$ , ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$



**Controllo** = manipolare il sistema per raggiungere un dato obiettivo agendo sull'ingresso  $u(t)$

# Problemi di controllo

sistema con stato  $x(t)$ , ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$



## **Problema di regolazione (regulation):**

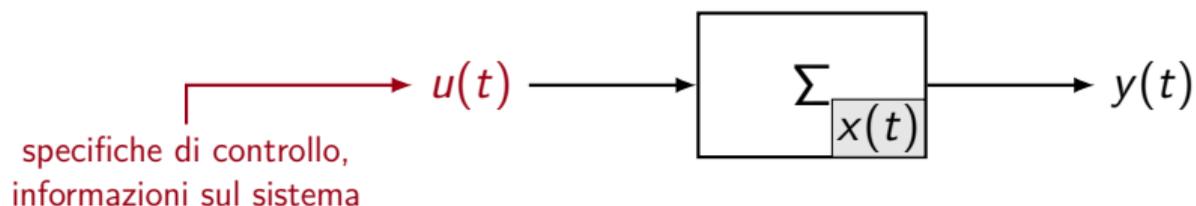
stabilizzare il sistema ad uno stato desiderato (tipicamente zero)

## **Problema di asservimento (tracking):**

inseguire un andamento desiderato dell'uscita

# Controllo in catena aperta o open-loop o feedforward

sistema con stato  $x(t)$ , ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$

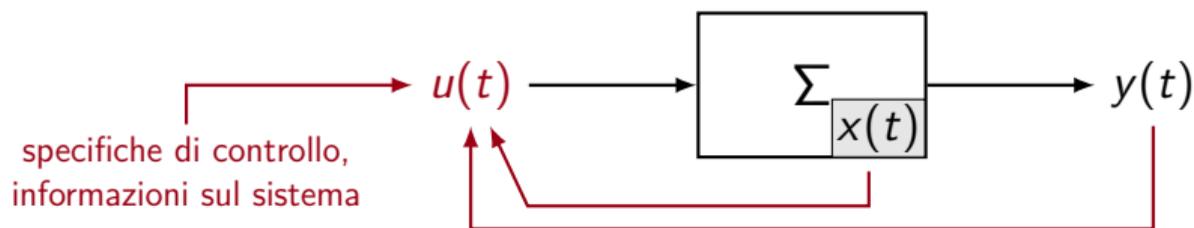


legge di controllo  $u(t)$  non dipende dai valori di  $x(t)$ ,  $y(t)$

*approccio semplice, ma non ideale se il sistema  
è incerto e/o soggetto a disturbi esterni!*

# Controllo in retroazione o closed-loop o feedback

sistema con stato  $x(t)$ , ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$

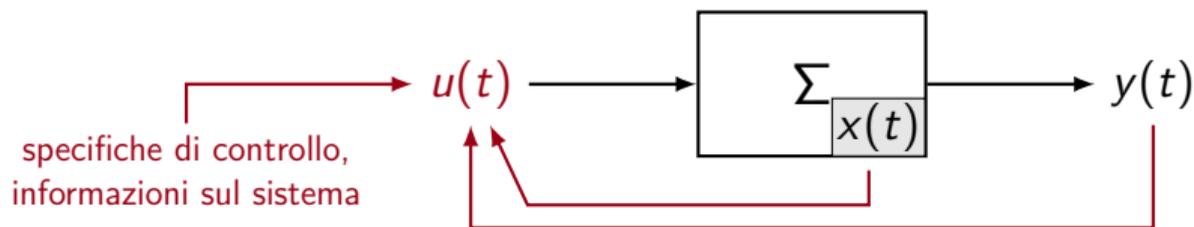


legge di controllo  $u(t)$  dipende dai valori di  $x(t)$  e/o  $y(t)$

*approccio più complesso (richiede sensori di misura),  
ma robusto a incertezze e/o disturbi esterni!*

# Controllo in retroazione o closed-loop o feedback

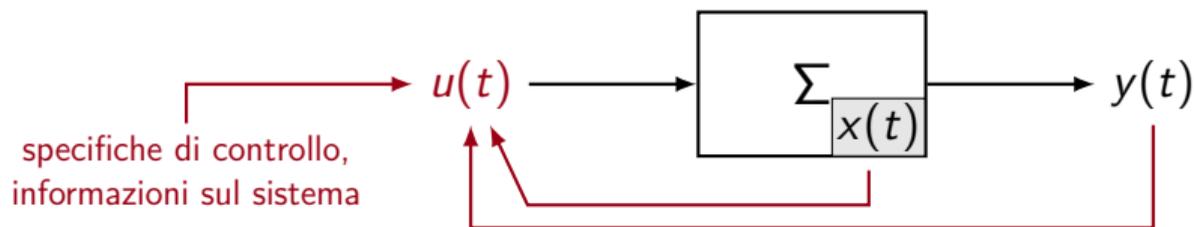
sistema con stato  $x(t)$ , ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$



1. Retroazione statica
- dallo stato:  $u(t) = f(x(t))$  (allo stesso istante  $t!$ )
  - dall'uscita:  $u(t) = f(y(t))$  (allo stesso istante  $t!$ )

# Controllo in retroazione o closed-loop o feedback

sistema con stato  $x(t)$ , ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$

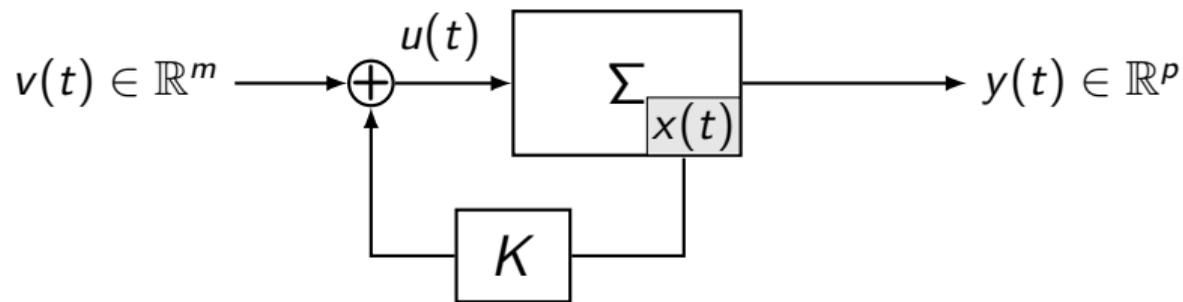


2. Retroazione dinamica
- dallo stato:  $u(t) = f(u(\tau), x(\tau)), \tau \in [t_0, t], t_0 < t$
  - dall'uscita:  $u(t) = f(u(\tau), y(\tau)), \tau \in [t_0, t], t_0 < t$

# Controllo in retroazione statica di sistemi lineari

$$\dot{x}(t) = (F + GK)x(t) + Gv(t), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$$

$$y(t) = Hx(t)$$

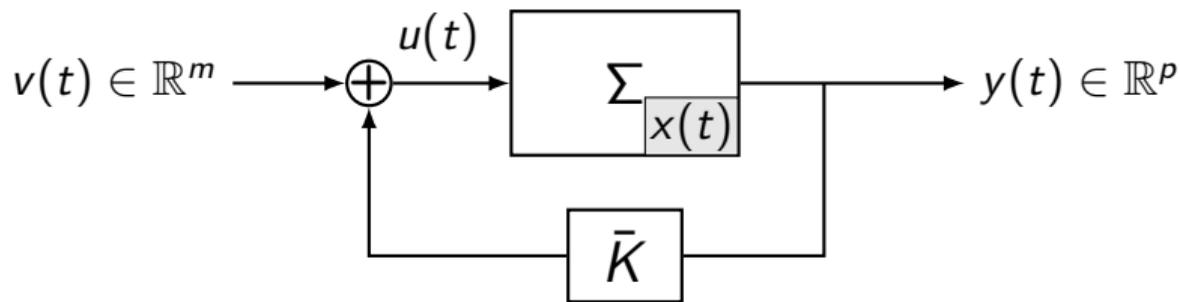


$$u(t) = Kx(t) + v(t), \quad K \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad \text{retroazione statica dallo stato}$$

# Controllo in retroazione statica di sistemi lineari

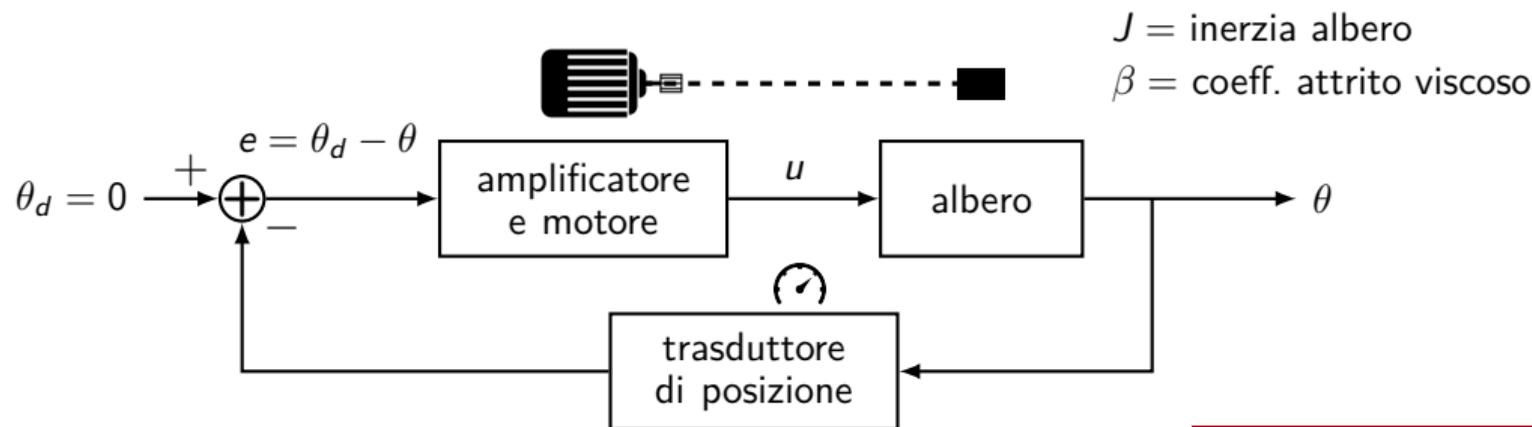
$$\dot{x}(t) = (F + G\bar{K}H)x(t) + Gv(t), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$$

$$y(t) = Hx(t)$$



$$u(t) = \bar{K}Hx(t) + v(t), \quad \bar{K} \in \mathbb{R}^{m \times p} \quad \text{retroazione statica dall'uscita}$$

# Esempio: retroazione dall'uscita



Retroazione statica dall'uscita

$$J\ddot{\theta} = -\beta\dot{\theta} + u$$

$$u = ke, \quad k \in \mathbb{R}$$

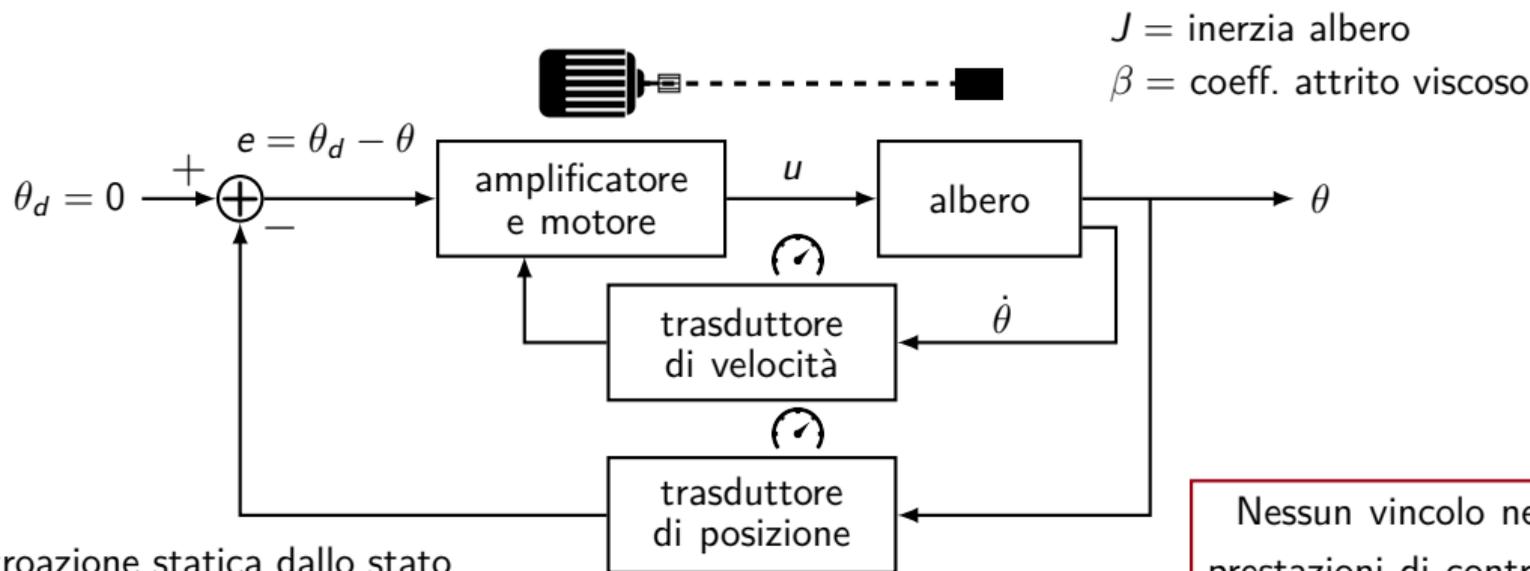
$$y = \theta$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Vincoli nelle prestazioni  
di controllo!

# Esempio: retroazione dallo stato



Retroazione statica dallo stato

$$J\ddot{\theta} = -\beta\dot{\theta} + u$$

$$u = k_1 e + k_2 \dot{\theta}, \quad k_1, k_2 \in \mathbb{R}$$

$$y = \theta$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{J} & -\frac{\beta - k_2}{J} \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Nessun vincolo nelle prestazioni di controllo!