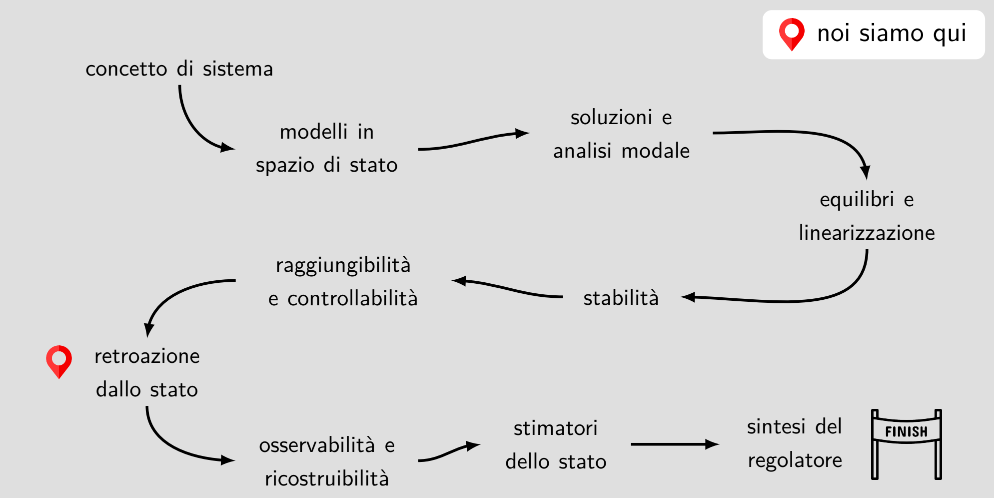
Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)
Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio

Lez. 16: Introduzione al problema del controllo

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

A.A. 2020-2021

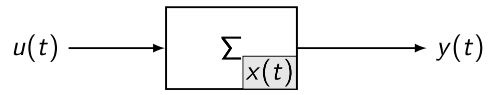


In questa lezione

- ▷ Problemi di controllo in catena aperta e in retroazione
- ▷ Retroazione statica di sistemi lineari

Il problema del controllo

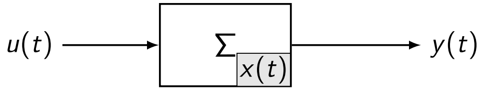
sistema con stato $x(t)$, ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$



Controllo = manipolare il sistema per raggiungere un dato obiettivo agendo sull'ingresso $u(t)$

Problemi di controllo

sistema con stato $x(t)$, ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$

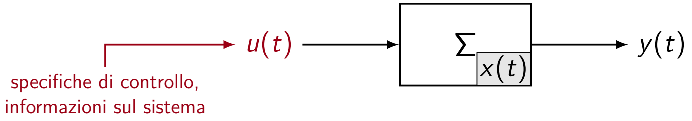


Problema di regolazione (regulation):
stabilizzare il sistema ad uno stato desiderato (tipicamente zero)

Problema di asservimento (tracking):
inseguire un andamento desiderato dell'uscita

Controllo in catena aperta o open-loop

sistema con stato $x(t)$, ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$

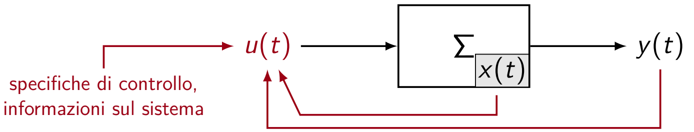


legge di controllo $u(t)$ non dipende dai valori di $x(t)$, $y(t)$

approccio semplice, ma non ideale se il sistema è incerto e/o soggetto a disturbi esterni!

Controllo in retroazione o feedback

sistema con stato $x(t)$, ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$

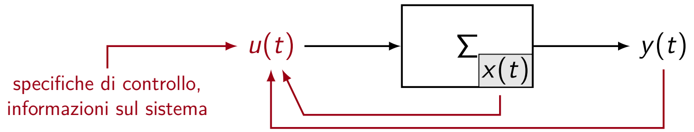


legge di controllo $u(t)$ dipende dai valori di $x(t)$ e/o $y(t)$

approccio più complesso (richiede sensori di misura), ma robusto a incertezze e/o disturbi esterni!

Controllo in retroazione o feedback

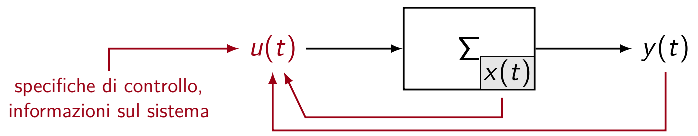
sistema con stato $x(t)$, ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$



1. Retroazione statica
   - dallo stato: $u(t) = f(x(t))$ (allo stesso istante t!)
   - dall'uscita: $u(t) = f(y(t))$ (allo stesso istante t!)

Controllo in retroazione o feedback

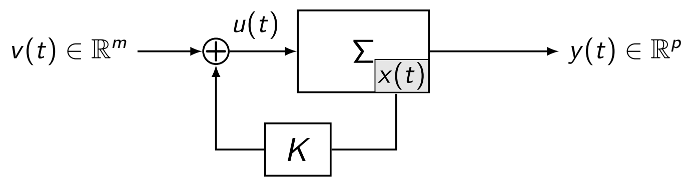
sistema con stato $x(t)$, ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$



2. Retroazione dinamica
   - dallo stato: $u(t) = f(u(\tau), x(\tau))$, $\tau \in [t_0, t]$, $t_0 < t$
   - dall'uscita: $u(t) = f(u(\tau), y(\tau))$, $\tau \in [t_0, t]$, $t_0 < t$

Controllo in retroazione statica di sistemi lineari

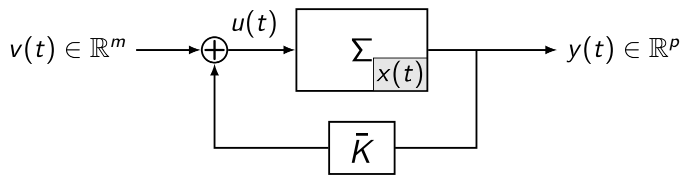
$$\dot{x}(t) = (F + GK)x(t) + Gv(t), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$$
$$y(t) = Hx(t)$$



$u(t) = Kx(t) + v(t)$, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ **retroazione statica dallo stato**

Controllo in retroazione statica di sistemi lineari

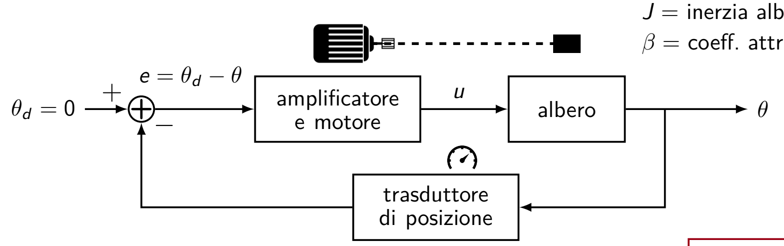
$$\dot{x}(t) = (F + G\bar{K}H)x(t) + Gv(t), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$$
$$y(t) = Hx(t)$$



$u(t) = \bar{K}Hx(t) + v(t)$, $\bar{K} \in \mathbb{R}^{m \times p}$ **retroazione statica dall'uscita**

Esempio: retroazione dall'uscita

$J =$ inerzia albero
$\beta =$ coeff. attrito viscoso



Vincoli nelle prestazioni di controllo!

Retroazione statica dall'uscita

$J\ddot{\theta} = -\beta\dot{\theta} + u$

$u = ke$, $k \in \mathbb{R}$

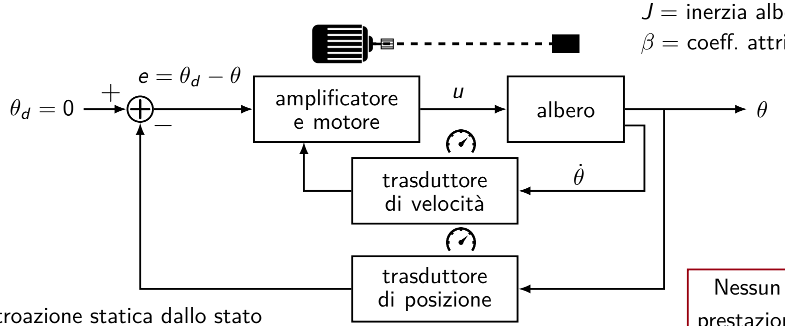
$y = \theta$

$\Longrightarrow$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix} x \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

Esempio: retroazione dallo stato

$J =$ inerzia albero
$\beta =$ coeff. attrito viscoso



Nessun vincolo nelle prestazioni di controllo!

Retroazione statica dallo stato

$$J\ddot{\theta} = -\beta\dot{\theta} + u$$

$$u = k_1 e + k_2\dot{\theta},\ k_1, k_2 \in \mathbb{R} \quad \Longrightarrow \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{J} & -\frac{\beta - k_2}{J} \end{bmatrix} x \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$y = \theta \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$