

Esempi di domande di prova orale

N.B. *Le domande che seguono sono indicative: servono a dare un'idea della tipologia di domande della prova orale. Questo significa che è piuttosto improbabile (ma non impossibile) che durante la prova orale vengano chieste esattamente queste domande.*

Parte I: Modelli, soluzioni, stabilità di sistemi dinamici

1. Descrivere le equazioni del modello di stato di un sistema lineare, tempo invariante a tempo continuo/discreto. Illustrare alcuni vantaggi della rappresentazione in spazio di stato rispetto alla rappresentazione esterna o input/output.
2. Derivare un modello di stato per un sistema lineare descritto dalla funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{1}{A(s)} = \frac{1}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}.$$

3. Dare la definizione di punto di equilibrio di un sistema non lineare a tempo continuo/discreto. Quando un punto di equilibrio è semplicemente/asintoticamente stabile?
4. Derivare il linearizzato di un sistema non lineare a tempo continuo/discreto attorno ad un equilibrio.
5. Sia $F = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Derivare l'espressione dell'esponenziale di matrice e^{Ft} , $t \geq 0$.
6. Illustrare l'utilizzo della forma di Jordan di una matrice $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$ per il calcolo di e^{Ft} , $t \geq 0$, e per la caratterizzazione dei modi elementari di un sistema lineare a tempo continuo.
7. Illustrare l'utilizzo della forma di Jordan di una matrice $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$ per il calcolo di F^t , $t \geq 0$, e per la caratterizzazione dei modi elementari di un sistema lineare a tempo discreto.
8. Derivare le espressioni dell'evoluzione libera e forzata dello stato e dell'uscita nel dominio del tempo del sistema a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ju(t) \end{cases} \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n.$$

9. Derivare le espressioni dell'evoluzione libera e forzata dello stato e dell'uscita nel dominio del tempo del sistema a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ju(t) \end{cases} \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n.$$

10. Dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ju(t) \end{cases} \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n,$$

derivare l'espressione della matrice di trasferimento $W(s)$ del sistema.

11. Quando un sistema lineare a tempo continuo/discreto è semplicemente/asintoticamente stabile? Quando è BIBO stabile?

12. Enunciare il teorema di linearizzazione per la stabilità di un equilibrio di un sistema non lineare.

Parte II: Analisi e controllo di sistemi dinamici lineari

1. Dato un sistema lineare a tempo discreto, dare la definizione di spazio raggiungibile $X_R(t)$ in $t \in \mathbb{Z}_+$ passi. Illustrare le proprietà di questo spazio al variare di $t \in \mathbb{Z}_+$.
2. Illustrare il criterio del rango di raggiungibilità per sistemi lineari a tempo discreto/continuo.
3. Dato un sistema lineare a tempo discreto raggiungibile in t passi, derivare la forma dell'ingresso a minima energia che porta il sistema da $x(0) = x_0$ a $x(t) = x^*$.
4. Dato un sistema lineare a tempo continuo/discreto non completamente raggiungibile, descrivere la forma canonica di Kalman di raggiungibilità del sistema, illustrando la costruzione del cambio di base che porta il sistema in questa forma.
5. Dare l'enunciato del criterio PBH di raggiungibilità, possibilmente riportando anche la dimostrazione di una implicazione di questo teorema.
6. Dato un sistema lineare a tempo discreto, dare la definizione di spazio controllabile $X_C(t)$ in $t \in \mathbb{Z}_+$ passi e illustrare un criterio di controllabilità a scelta.
7. Dare una panoramica dei principali problemi di controllo, spiegandone brevemente pregi e difetti.
8. Descrivere la forma di un sistema lineare a tempo discreto/continuo retroazionato staticamente dallo stato e dall'uscita. Spiegare vantaggi e svantaggi della retroazione statica dallo stato e dall'uscita.
9. Spiegare come l'allocazione degli autovalori di un sistema retroazionato staticamente dallo stato è legata alla raggiungibilità del sistema (possibilmente riportando un cenno di dimostrazione).
10. Dare l'enunciato del lemma di Heymann e spiegare come si può utilizzare questo risultato per risolvere il problema di allocazione degli autovalori per sistemi raggiungibili da ingressi multipli.
11. Spiegare, a grandi linee, che cos'è l'osservabilità e la ricostruibilità di un sistema. Descrivere come è fatto l'insieme degli stati indistinguibili da uno stato x_0 di un sistema lineare a tempo discreto.
12. Dare la definizione di sistema duale di un sistema lineare a tempo discreto/continuo. Spiegare come l'osservabilità e ricostruibilità del sistema originale si relaziona alla raggiungibilità e controllabilità del sistema duale (riportando possibilmente i passaggi della derivazione).
13. Dato un sistema lineare a tempo continuo/discreto, dare le definizioni di stimatore dello stato ad anello aperto e chiuso. Spiegare come si comporta l'errore di stima nei due casi.
14. Riportare le equazioni dinamiche e il diagramma a blocchi del regolatore di un sistema lineare a tempo continuo/discreto. Trasformando opportunamente queste equazioni, derivare il principio di separazione e illustrare le conseguenze di questo risultato per la sintesi di un regolatore stabilizzante.