

## Lezione 3: esercizi suggeriti

Esercizio 1. Si consideri la matrice

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Si calcoli attraverso il metodo diretto  $e^{Ft}$ ,  $t \geq 0$ .

Esercizio 2. Si consideri la matrice

$$F = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \\ -f_2 & f_1 \end{bmatrix} \quad f_1, f_2 \in \mathbb{R}.$$

Si calcoli attraverso il metodo diretto  $e^{Ft}$ ,  $t \geq 0$ .

Esercizio 3. Si consideri la matrice

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Si calcoli attraverso il metodo diretto  $e^{Ft}$ ,  $t \geq 0$ .

Esercizio 4. Si consideri la matrice

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si calcoli attraverso il metodo diretto  $e^{Ft}$ ,  $t \geq 0$ .

## Soluzioni

$$\text{Esercizio 1. } e^{Ft} = \begin{bmatrix} e^t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{3t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{2t} & te^{2t} \\ 0 & 0 & 0 & e^{2t} \end{bmatrix}.$$

$$\text{Esercizio 2. } e^{Ft} = e^{f_1 t} \begin{bmatrix} \cos(f_2 t) & \sin(f_2 t) \\ -\sin(f_2 t) & \cos(f_2 t) \end{bmatrix}.$$

$$\text{Esercizio 3. } e^{Ft} = \begin{bmatrix} e^t - 1 & -2e^t + 2 & -4e^t + 4 \\ -e^t + 1 & 3e^t - 2 & 4e^t - 4 \\ e^t - 1 & -2e^t + 2 & -3e^t + 4 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Esercizio 4. } e^{Ft} = \begin{bmatrix} \frac{4+e^{3t}}{3} & \frac{4+e^{3t}}{3} & e^{3t} - 1 \\ e^{3t} - 1 & \frac{4+e^{3t}}{3} & e^{3t} - 1 \\ e^{3t} - 1 & e^{3t} - 1 & \frac{4+e^{3t}}{3} \end{bmatrix},$$