Lezione 21: esercizi suggeriti

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si costruisca, se esiste, un regolatore dead-beat per il sistema.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Si costruisca, se esiste, un regolatore dead-beat per il sistema. Se esiste più di una matrice di retroazione si calcoli quella che manda a zero lo stato del sistema retroazionato nel numero minimo di passi.

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si determini, se possibile, un regolatore per il sistema che abbia modi del sistema retroazionato e^{-t}, te^{-t}, $\frac{t^2}{2}e^{-t}$ e un errore di stima che tende a zero come combinazione lineari di modi $e^{-\frac{1}{2}t}$, e^{-t}, $e^{-\frac{3}{2}t}$.

Soluzioni

Esercizio 1. Il sistema è controllabile e ricostruibile per cui un regolatore dead-beat esiste. Il regolatore richiesto ha guadagno dello stimatore $L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^\top$ e matrice di retroazione $K = \begin{bmatrix} -1/2 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$ con k_2, $k_3 \in \mathbb{R}$ qualsiasi.

Esercizio 2. Il sistema è controllabile e ricostruibile per cui un regolatore dead-beat esiste. Il regolatore richiesto ha guadagno dello stimatore $L = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -3 \end{bmatrix}^\top$ e matrice di retroazione $K = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$.

Esercizio 3. Il sistema è raggiungibile e osservabile per cui il regolatore richiesto esiste. Il regolatore richiesto ha guadagno dello stimatore $L = \begin{bmatrix} -\frac{7}{2} & -\frac{19}{4} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}^\top$ e matrice di retroazione $K = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$.