

Lezione 19: esercizi suggeriti

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = [0 \quad 1 \quad 0].$$

Si discuta l'osservabilità del sistema e si determinino gli spazi non osservabili $X_{NO}(t)$ in $t = 1, 2, \dots$ passi.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \quad 0 \quad 1].$$

Si discuta l'osservabilità e la ricostruibilità del sistema.

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad H = [\alpha \quad 1 \quad 0], \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Si discuta l'osservabilità del sistema al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

Soluzioni

Esercizio 1. $X_{NO}(1) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, $X_{NO}(t) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, per ogni $t \geq 2$. Poichè $X_{NO} \neq \{0\}$ il sistema non è osservabile.

Esercizio 2. Il sistema non è osservabile ma è ricostruibile.

Esercizio 3. Il sistema è osservabile se e solo se $\alpha \neq 0$.