**Nome e Cognome**: ______________________________ **N. Matricola**: ______________

È uno studente lavoratore? ☐ SI ☐ NO

Ha seguito il corso in questo A.A. (2019/20)? ☐ SI ☐ NO, l'ho seguito nell'A.A. ________

Si è iscritto regolarmente su Uniweb a questo esame? ☐ SI ☐ NO, perché ________________

**Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica A.A. 2019/2020**
**Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)**

Esame Scritto di Teoria dei Sistemi (Modulo A) del 14/02/2020

**Istruzioni.** *Non è ammessa la consultazione di libri o quaderni, né l'uso di calcolatrici programmabili. Scrivere in modo chiaro e ordinato, motivare ogni risposta e fornire traccia dei calcoli. Tempo a disposizione: 2 h 30 min.*

**Esercizio 1 [9 pti].** Si consideri il seguente sistema non lineare a tempo **discreto**:

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= \alpha x_2(t) + (\alpha-1)^2 x_2^3(t) \\ x_2(t+1) &= x_1(t) \end{aligned} \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
2. Studiare la stabilità **dell'equilibrio nell'origine** al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ utilizzando la linearizzazione.
3. Per i casi critici del punto 2 (se ne esistono) studiare la stabilità **dell'equilibrio nell'origine** ricorrendo, se necessario, ai Teoremi di Lyapunov e Krasowskii con candidata funzione di Lyapunov $V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$.

**Esercizio 2 [9 pti].** Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo **discreto**:

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \qquad F = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

1. Determinare la forma di Jordan di $F$, i modi elementari del sistema e il loro carattere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
2. Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ (se ne esistono) che rendono il sistema (i) raggiungibile, (ii) controllabile, e (iii) stabilizzabile.
3. **Fissato $\boldsymbol{\alpha = 0}$**, dire se esiste una sequenza d'ingresso che porta il sistema dallo stato iniziale $x_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top$ allo stato finale $x_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top$. In caso di risposta affermativa, si calcoli una sequenza d'ingresso di **lunghezza minima** che svolge questo compito.

**Esercizio 3 [9 pti].** Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo **continuo**:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{aligned} \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \; G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \; H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Costruire, se possibile, un controllore in **retroazione dallo stato** tale per cui gli autovalori della matrice di stato del sistema retroazionato siano tutti in $-1$.
2. Dire se il sistema è osservabile. In caso di risposta negativa, calcolare gli autovalori non osservabili del sistema.
3. Calcolare, se possibile, uno stimatore a catena chiusa dello stato tale per cui la dinamica dell'errore di stima contenga tutti e soli i modi $e^{-t}$, $te^{-t}$.

**Domanda di Teoria [6 pti].** Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo discreto:

$$\Sigma: \begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \qquad F \in \mathbb{R}^{n \times n},\ G \in \mathbb{R}^{n \times m},\ H \in \mathbb{R}^{p \times n}.$$

1. Si riportino lo schema a blocchi e le equazioni dinamiche del sistema $\Sigma$ controllato mediante **regolatore**.
2. Sotto quali condizioni il sistema $\Sigma$ ammette un **regolatore stabilizzante**? Si giustifichi la risposta.

**Parte riservata al docente (NON compilare!)**

| | Parte 1 | Parte 2 | Parte 3 | **Totale** |
|---|---|---|---|---|
| Esercizio 1 | | | | ___ / 9 |
| Esercizio 2 | | | | ___ / 9 |
| Esercizio 3 | | | | ___ / 9 |
| Domanda di Teoria | | | | ___ / 6 |
| **Punteggio Finale** | | | | ___ / **33** |

Commenti: ______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________