



Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica A.A. 2019/2020
Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.)

Esame Scritto di Teoria dei Sistemi (Modulo A) del 03/07/2020

Istruzioni. Non è ammessa la consultazione di libri, quaderni o qualsiasi tipo di materiale in formato digitale, né l'uso di calcolatrici programmabili, ricerche web e software di calcolo. È inoltre vietato allontanarsi dalla propria postazione o oscurare il video. Scrivere in modo chiaro e ordinato, motivare ogni risposta e fornire traccia dei calcoli. Per la consegna dell'elaborato, scansionare i fogli di bella copia (controllando la leggibilità del risultato della scansione) e caricare i file nell'apposita sezione della pagina moodle del corso. Tempo a disposizione: 2 h.

Esercizio 1 [9 pti]. Si consideri il seguente sistema non lineare a tempo **continuo**:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= (x_1^2(t) - x_2(t))(x_1(t) + 2) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + x_1(t)x_2(t) - x_2(t)\end{aligned}$$

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema.
2. Studiare la stabilità degli equilibri trovati al punto 1. utilizzando la linearizzazione.
3. Per gli eventuali equilibri asintoticamente stabili del punto 2., dire (giustificando la risposta) se la funzione $V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_1x_2 + \frac{1}{4}x_2^2$ è una funzione di Lyapunov del sistema rispetto a questi equilibri.

Esercizio 2 [9 pti]. Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo **discreto**:

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

1. Determinare la forma di Jordan di F , i modi elementari del sistema e il loro carattere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
2. Determinare gli spazi raggiungibili e controllabili in t passi del sistema, per ogni $t \geq 1$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
3. **Fissato $\alpha = 1$** , determinare, se possibile, un controllore dead-beat che porta a zero lo stato nel **minor numero possibile di passi**.

Esercizio 3 [9 pti]. Si consideri il seguente sistema lineare tempo invariante a tempo **continuo**:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t)\end{aligned} \quad F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ \alpha & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H = [0 \quad 1 \quad 0], \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

1. Determinare l'osservabilità e la rivelabilità del sistema al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.
2. **Fissato $\alpha = 0$** , determinare, se possibile, uno stimatore a catena chiusa dello stato tale per cui la dinamica dell'errore di stima converga a zero asintoticamente.
3. **Fissato $\alpha = 0$** , progettare, se possibile, un **regolatore stabilizzante** del sistema.